

1から9は、答えのみを記入し、10～11は解答を記述せよ。

1 (5点)

$$\frac{1}{11}$$

2 (5点×2)

(1) 4

(2) $-30\sqrt{3}$

3 (5点×2)

(1) $-7 + 3\sqrt{6}$

(2) $\frac{2 + \sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

4 (5点)

$$2\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

5 (5点×3)

(1) $x \geq -\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

(2) $-2 < x < 3$

(3) $x = 2, \frac{4}{3}$

6 (5点×2)

(1) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

(2) $(1, -12)$

7 (5点×2)

(1) $y = x^2 - 5x + 1$

(2) $y = -2x^2 + 3x - 1$

8 (5点)

$$(a, b) = (2, -1), (-2, 1)$$

9 (5点×2)

(1) $a \geq -3$

(2) $a = 5, 6$

10 (5点×2)

(1) i) $x < 0$ のとき、

$$-x - (x - 2) < x + 1 \text{ より } \frac{1}{3} < x \text{ これは } x < 0 \text{ より不適}$$

ii) $0 \leq x < 2$ のとき、

$$x - (x - 2) < x + 1 \text{ より } 1 < x \quad 0 \leq x < 2 \text{ とあわせて } 1 < x < 2$$

iii) $2 \leq x$ のとき、

$$x + (x - 2) < x + 1 \text{ より } x < 3 \quad 2 \leq x \text{ とあわせて } 2 \leq x < 3$$

i), ii), iii) より $1 < x < 3$

(2) $(a - 1)x > a(a - 1)$

i) $a - 1 > 0$ すなわち $a > 1$ のとき 解は $x > a$

ii) $a - 1 = 0$ すなわち $a = 1$ のとき

$0 \cdot x > 0$ となり、これを満たす実数 x は存在しないので解なし

iii) $a - 1 < 0$ すなわち $a < 1$ のとき 解は $x < a$

i), ii), iii) より $\begin{cases} a > 1 \text{ のとき } x > a \\ a = 1 \text{ のとき } \text{解なし} \\ a < 1 \text{ のとき } x < a \end{cases}$

11 (10点)

$$f(x) = x^2 + x + a^2 \text{ とおくと}$$

$$\begin{aligned} f(m) + f(m+1) &= m^2 + m + a^2 + (m+1)^2 + (m+1) + a^2 \\ &= 2m^2 + 4m + 2 + 2a^2 \\ &= 2\{(m+1)^2 + a^2\} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{よって、} f(m+1) \geq -f(m)$$

ここで、 $f(m) < 0$ より $-f(m) > 0$ であるから $f(m+1) > 0$

よって、題意は証明された。