

1 (④点×3)

(1)  $16a^4 - 8a^2b^2 + b^4$

(2)  $x^3 + 3x^2 - 9x - 27$

(3)  $8ab$

2 (④点)

17

3 (④点×8)

(1)  $(2a + b)(a - 3b)$

(2)  $(a + 3)(4a - 9)$

(3)  $(x + y + 3)(x + y - 5)$

(4)  $(ax - b)(bx - a)$

(5)  $(x - 1)(x^2 + xy + y)$

(6)  $(x + y - 5)(x + 2y - 1)$

(7)  $(x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)$

(8)  $(x + y + 2)(x^2 + y^2 - xy - 2x - 2y + 4)$

4 (④点×3)

(1) ウ

(2) イ

(3) エ

5 (④点×2)

逆  $a^2 + b^2$  が偶数  $\implies a$  が奇数かつ  $b$  が奇数 真偽 偽

対偶  $a^2 + b^2$  が奇数  $\implies a$  が偶数または  $b$  が偶数 真偽 真

6 (④点)

ある素数  $n$  について、 $n$  は偶数である。

真偽

真

7 (④点)

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

8 (⑩点)

$a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 7, a_4 = 10, a_5 = 16$

9 (⑭点)

(1) この命題の対偶「 $n$  が 3 の倍数でないならば、 $n^2$  は 3 の倍数でない」を証明する。

$n$  が 3 の倍数でないとき、 $n$  は整数  $k$  を用いて  $n = 3k + 1$  または  $n = 3k + 2$  とおける。

(i)  $n = 3k + 1$  のとき

$$n^2 = (3k + 1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$$

(ii)  $n = 3k + 2$  のとき

$$n^2 = (3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$$

$k$  が整数なので、 $3k^2 + 2k, 3k^2 + 4k + 1$  はともに整数である。

よって、(i), (ii) のいずれの場合も  $n^2$  は 3 の倍数にならない。

以上より、対偶は真である。

したがって、元の命題も成り立つ。

(2)  $\sqrt{3}$  が無理数でないとは仮定すると、 $\sqrt{3}$  は有理数である。

よって、互いに素である 2 つの自然数  $m, n$  を用いて、

$$\sqrt{3} = \frac{m}{n} \text{ と表せるので、} \sqrt{3}n = m$$

$$\text{両辺を 2 乗して、} 3n^2 = m^2 \dots \dots \text{①}$$

よって、 $m^2$  は 3 の倍数なので、(1) より  $m$  も 3 の倍数である。

このとき  $m$  は、ある自然数  $k$  を用いて  $m = 3k$  と表せるので、

$$\text{①に代入して、} 3n^2 = 9k^2 \text{ より } n^2 = 3k^2$$

よって、 $n^2$  は 3 の倍数なので、(1) より  $n$  も 3 の倍数となる。

これは、 $m$  と  $n$  が互いに素であることに矛盾する。

したがって、 $\sqrt{3}$  は無理数である。