

1 $(5x^3 - 3x^2 + 7x - 2)(x^2 + 2x - 3)$ を展開したときの x^3 の係数は である。 (4点)

2 次の式を展開せよ。 (4点×3)

(1) $(2a - 1)^3$

(2) $(a - 3b - 2c)^2$

(3) $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)$

3 次の式を因数分解せよ。 (4点×6)

(1) $6x^2 - xy - 12y^2$

(2) $64x^3 - 27$

(3) $a^3 - a^2c - ab^2 + b^2c$

(4) $2x^2 + 5xy - 3y^2 - x + 11y - 6$

(5) $x^4 + 4y^4$

(6) $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$

4 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 2, x \text{ は実数}\}$,
 $B = \{x \mid -1 < x < 4, x \text{ は実数}\}$
 について、 $A \cap B$ と $A \cup B$ を求めよ。 (4点) × 2

$A \cap B =$

$A \cup B =$

5 整数全体を全体集合 U とし、 U の部分集合 A, B を
 $A = \{2, 6, a^2 + 3\}$, $B = \{3, 7, a, a + 4\}$ とする。
 $A \cap B = \{2, 7\}$ であるとき、
 次の問いに答えよ。 (4点) × 2

(1) 定数 a の値を求めると、 $a =$ である。

(2) $\bar{A} \cap B$ を求めると、 $\bar{A} \cap B =$ である。

6 次の に最も適する語句を、下の選択肢 (1) ~ (4) から選べ。
 ただし、 x, y は実数とする。
 (1) 必要条件であるが、十分条件ではない
 (2) 十分条件であるが、必要条件ではない
 (3) 必要十分条件である
 (4) 必要条件でも十分条件でもない (4点) × 3

(1) $x = 2$ は $x^2 = 2x$ であるための

(2) $\angle A < 90^\circ$ は $\triangle ABC$ が鋭角三角形であるための

(3) $x + y > 2$ は「 $x > 1$ または $y > 1$ 」であるための

7 次の命題の否定を述べよ。また、否定の真偽を調べよ。(4点)

命題 「すべての実数 x について $x^2 > 0$ である」

否定 真偽

8 次の命題の逆、対偶、裏を述べよ。また、それらの真偽を調べよ。(4点) × 3

命題 「 $x \neq 2 \implies x^2 - 3x + 2 \neq 0$ 」

逆 真偽

対偶 真偽

裏 真偽

9 m, n は自然数とする。次の命題が真であることを証明せよ。(8点)

「 $m^2 + n^2$ が偶数ならば、 $m + n$ は偶数である」 (8点)

この命題の対偶は

「 $m + n$ が奇数ならば、 $m^2 + n^2$ は奇数である」

$m + n$ が奇数なので

$m + n = 2k + 1$ (k は整数) と表すことができる

このとき

$$\begin{aligned} m^2 + n^2 &= (m + n)^2 - 2mn \\ &= (2k + 1)^2 - 2mn \\ &= 2(2k^2 + 2k - mn) + 1 \end{aligned}$$

$2k^2 + 2k - mn$ は整数より $m^2 + n^2$ は奇数である

よって、対偶は真である。

したがって、もとの命題は真である。

10 次の命題の真偽を調べ、真である場合には証明し、偽である場合には反例を挙げよ。

「偶数と奇数を足すと、いつも必ず奇数になる」 (8点)

偶数を $2m$, 奇数を $2n + 1$ (m, n は整数) と表すことができる

このとき

$$2m + (2n + 1) = 2(m + n) + 1$$

$m + n$ は整数より $2m + (2n + 1)$ は奇数である。

よって、偶数と奇数を足すと、いつも必ず奇数になる。

この命題は真である。